

PRENOS DIGITALNIH SIGNALA MODULISANIM NOSIOCEM

Digitalni signali, isto kao i analogni, mogu da se prenose pomoću nosioca. Nosilac je uvijek deterministički sinusoidalni signal koji je određen sa svoja tri parametra: amplitudom, frekvencijom i fazom. Mijenjanjem jednog od njih srazmjerno digitalnom signalu koji treba prenijeti i zadržavanjem ostala dva parametra konstantnim, dobija se amplitudski (ASK), frekvencijski (FSK) ili fazno (PSK) modulirani signal.

Modulacija nosioca se najčešće primjenjuje onda kada se želi digitalni signal prenijeti radio vezom. Isto tako, primjenjuje se i u vezama po fizičkim vodovima, kada je osnovni cilj da se translacijom spektra signala ostvari višekanalni prenos ili da se signal translira iz oblasti niskih učestanosti na kojima transmisionne karakteristike kanala nijesu uvijek najbolje.

Uobičajena terminologija u modulaciji digitalnih signala se nešto razlikuje od one primijenjene za analogne signale, tako da ovdje govorimo o:

- ASK (*Amplitude Shift Keying*)
- FSK (*Frequency Shift Keying*)
- PSK (*Phase Shift Keying*)

SISTEMI PRENOSA SA ASK

Kada se amplituda sinusoidalnog nosioca mijenja srazmjerno digitalnom modulišućem signalu dobija se ASK signal. Slično prenosu analognih signala, poruka se može prenijeti ASK signalom tipa ASK-2BO, ASK-1BO, ASK-NBO i KAM. U svim ovim slučajevima, modulišućí signal se iz nosioca detektuje postupkom koherentne demodulacije. Posebno, u slučaju kada se poruka prenosi KAM signalom, signal koji je opisuje može da se izdvoji i detektorom anvelope.

Ova dva postupka detekcije modulišućeg signala na mjestu prijema, koherentna demodulacija i detekcija anvelope, bitno se razlikuju, pa će i biti posebno razmatrani.

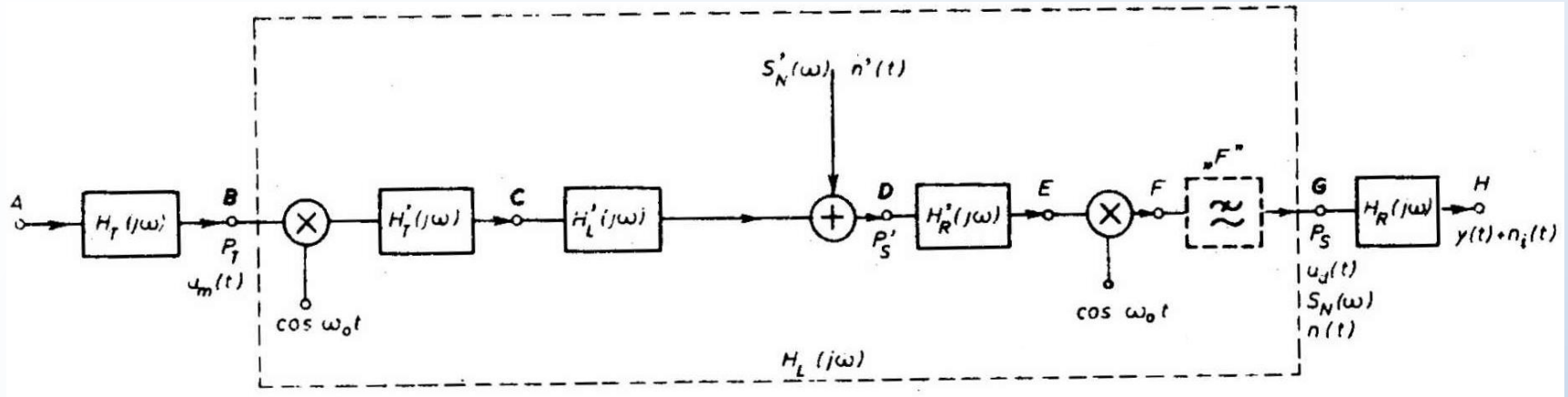
ASK SA KOHERENTNOM DEMODULACIJOM

Amplitudska modulacija i koherentna demodulacija u pogledu prenosa signala predstavljaju linearne postupke. Modulacija se sastoji u translaciji spektra signala koji opisuje poruku iz njegovog osnovnog opsega učestanosti u neki viši položaj na skali učestanosti, dok se demodulacijom na mjestu prijema taj spektar ponovo vraća u svoj originalni položaj.

Za vjernu reprodukciju signala potrebno je da širina transliranog spektra bude jednaka ili širini osnovnog opsega kada se prenos obavlja tipom signala ASK-1BO, ili njegovoj dvostrukoj širini kad je u pitanju prenos signalom tipa ASK-2BO. Odavde je jasno da je za ovakve sisteme prenosa, imajući u vidu njihov linearni karakter, moguće napraviti ekvivalentan model u osnovnom opsegu učestanosti. Ako se to uradi, onda će svi rezultati izvedeni za prenos digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti, primijenjeni na taj ekvivalentni niskofrekvencijski model, istovremeno predstavljati i rješenje u analizi prenosa digitalnih signala amplitudski modulisanim nosiocem i koherentnom demodulacijom.

Pronađimo stoga taj ekvivalentni model u osnovnom opsegu učestanosti.

Na slici je prikazana principijelna šema sistema za prenos ASK signala sa koherentnom demodulacijom. Na ulazu u sistem između tačaka A i B postavljen je predajni filtar u osnovnom opsegu učestanosti.

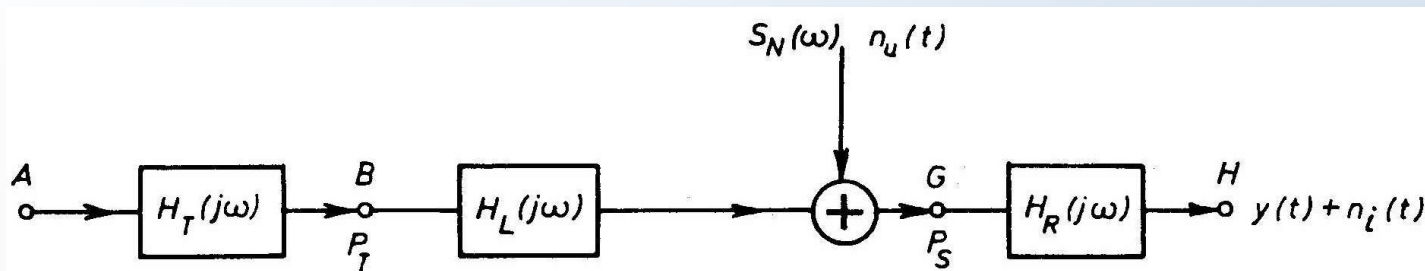


Njegova funkcija prenosa je $H_T(j\omega)$. Na izlazu iz sistema između tačaka G i H nalazi se prijemni filtar u osnovnom opsegu čija je funkcija prenosa $H_R(j\omega)$. Dio koji je uokviren isprekidanom linijom sačinjavaju: modulator, predajni filtar propusnik opsega učestanosti čija je funkcija prenosa $H_T'(j\omega)$, sredina za prenos označena njenom funkcijom prenosa $H_L'(j\omega)$, ulazni filtar propusnik opsega učestanosti čija je funkcija prenosa $H_R'(j\omega)$, koherentni demodulator i NF filtar »F« koji odstranjuje komponente u okolini učestanosti $2\omega_0$ i koji može biti shvaćen kao dio demodulatora. Dio sistema za prenos od B do C odgovara VF predajniku, a dio od D do G predstavlja VF prijemnik.

Kako se spektar signala u tački B nalazi u osnovnom opsegu učestanosti, a isto tako i u tački G, to se onda taj dio sistema od B do G može zamijeniti nekim sistemom prenosa u osnovnom opsegu učestanosti, pod uslovom da funkcija prenosa takvog sistema bude identična funkciji prenosa sistema sa slike između tačaka B i G. Označimo tu funkciju prenosa sa $H_L(j\omega)$.

Ovo što je rečeno, odnosi se na signal. Da bi se napravio model sistema u osnovnom opsegu učestanosti ekvivalentan ASK sistemu sa slike, potrebno je uzeti u razmatranje i šum, jer na ulazu prijemnika, pored korisnog signala, imamo i aditivni šum okarakterisan spektralnom gustinom srednje snage $S_N(\omega)$. Treba odrediti novi ekvivalentni izvor šuma koji postavljen u tačku G daje na ulazu u prijemni filter $H_R(j\omega)$ isti onoliki šum koliki u toj istoj tački G stvara izvor šuma sa VF ulaza prijemnika iz tačke D .

Postupi li se i u pogledu signala i u pogledu šuma kao što je rečeno, dobija se model u osnovnom opsegu učestanosti koji je ekvivalentan razmatranom ASK sistemu, prikazan na slici:



Da bi u potpunosti odredili ovaj sistem potrebno je pronaći funkciju prenosa $H_L(j\omega)$ i spektralnu gustinu snage šuma $S_N(\omega)$.

1. Određivanje funkcije prenosa $H_L(j\omega)$:

Modulišući signal u tački B sistema za prenos ASK signala je $u_m(t)$, a njegova Fourierova transformacija je $U_m(j\omega)$.

Nakon produktne modulacije spektar ASK signala sa dva bočna opsega na izlazu iz modulatora, u tački C iznosi:

$$\frac{1}{2}U_m[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2}U_m[j(\omega + \omega_0)]$$

Na ulazu demodulatora u tački E , izraz za spektar prenošenog signala tipa ASK -2BO je:

$$H'_{TLR}(j\omega) \left\{ \frac{1}{2} U_m [j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} U_m [j(\omega + \omega_0)] \right\}$$

gdje je ukupna funkcija prenosa sistema:

$$H'_{TLR}(j\omega) = H'_T(j\omega) \cdot H'_L(j\omega) \cdot H'_R(j\omega)$$

Spektar signala na izlazu iz koherentnog demodulatora, u tački F iznosi :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} H'_{TLR} [j(\omega - \omega_0)] \{ U_m [j(\omega - 2\omega_0)] + U_m(j\omega) \} + \\ & + \frac{1}{4} H'_{TLR} [j(\omega + \omega_0)] \{ U_m(j\omega) + U_m [j(\omega + 2\omega_0)] \} \end{aligned}$$

Filtar »F« na slici je postavljen da bi zajedno sa množačem ispred njega predstavljao demodulator na čijem izlazu nema parazitnih produkata u okolini učestanosti $2\omega_0$. On propušta komponente iz opsega $-\omega_m \leq \omega \leq \omega_m$. Osim toga, modulišuci signal $u_m(t)$ mora da ima spektar ograničen učestanošću ω_m , što je uslovljeno samim postupkom modulacije. Ako se ova dva uslova unesu u gornji izraz, dobija se da je spektar signala $u_d(t)$ prenesenog ASK sistemom sa slike u tački G dat sa:

$$U_d(j\omega) = \frac{1}{4} H'_{TLR} [j(\omega - \omega_0)] U_m(j\omega) + \frac{1}{4} H'_{TLR} [j(\omega + \omega_0)] U_m(j\omega)$$

Uvede li se sledeća oznaka:

$$H_L(j\omega) = \frac{1}{4} \{ H'_{TLR} [j(\omega - \omega_0)] + H'_{TLR} [j(\omega + \omega_0)] \}$$

dobija se da je $U_d(j\omega) = H_L(j\omega) U_m(j\omega)$. Na osnovu ovog izraza zaključujemo da $H_L(j\omega)$ predstavlja traženu funkciju prenosa modela sistema u osnovnom opsegu učestanosti koji je ekvivalentan ASK sistemu.

2. Da bi ekvivalentni sistem bio u potpunosti određen, treba pronaći i spektralnu gustinu srednje snage šuma $S_N(\omega)$ u tački G . Ta spektralna gustina određuje ekvivalentni izvor šuma na slici koja predstavlja model sistema u osnovnom opsegu učestanosti.

Ako je spektralna gustina srednje snage šuma na VF ulazu u prijemnik u tački D jednaka $S'_N(\omega)$, onda je spektralna gustina snage šuma na izlazu prijemnog filtra propusnika opsega u tački E na ulazu u demodulator jednaka:

$$S'_N(\omega) |H'_R(j\omega)|^2$$

Na izlazu iz demodulatora u tački G spektralna gustina srednje snage šuma $S_N(\omega)$ iznosi:

$$S_N(\omega) = \frac{1}{4} S'_N(\omega - \omega_0) |H'_R[j(\omega - \omega_0)]|^2 + \frac{1}{4} S'_N(\omega + \omega_0) |H'_R[j(\omega + \omega_0)]|^2$$

Sada je izrazima za $H_L(j\omega)$ i $S_N(\omega)$ ekvivalentni model u potpunosti određen i on važi za sve tipove prenošenih ASK signala, s tim što se funkcija prenosa $H_L(j\omega)$ određuje za svaki pojedinačni posmatrani slučaj.

Prema tome, svi zaključci do kojih se došlo u analizi prenosa digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti mogu se primijeniti u analizi ASK sistema. Znači, ne moramo da vodimo računa o modulaciji, već sistem možemo da posmatramo kao da je riječ o prenosu u osnovnom opsegu i možemo primijeniti sve izvedene uslove za prenos bez ISI, optimizaciju sistema, vjerovatnoću greške, ...

Izvedimo izraze za vjerovatnoću greške za slučaj prenosa digitalnih signala ASK signalima tipa ASK-1BO i ASK-2BO uz uslov da je izvršena optimizacija sistema.

Šum je bijeli, Gaussov, pa je spektralna gustina snage šuma na VF ulazu u prijemnik:

$$S'_N(\omega) = S'_N = \text{const.}$$

pa će i na izlazu iz ASK sistema u tački G takođe biti konstantna i jednaka:

$$S_N(\omega) = S_N = \text{const.}$$

Da bi ovaj uslov bio ispunjen mora i funkcija prenosa $H'_R(j\omega)$ filtra propusnika opsega učestanosti u propusnom opsegu biti takođe konstantna:

$$|H'_R(j\omega)| = H'_R = \text{const,} \quad \text{što predstavlja uslov koji je gotovo uvijek ispunjen u praksi.}$$

Ako sada uvedemo pretpostavku da je još i funkcija prenosa ekvivalentnog modela

$$H_L(j\omega) = H_L = \text{const.}$$

kao što je to bilo pretpostavljeno u diskusiji o optimizaciji sistema, tada će u slučaju sistema za prenos ASK signala kada se njim prenose M-arni digitalni signali minimalna vjerovatnoća greške iznositi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P_T H_L^2 T}{2S_N}}$$

Kako je P_T srednja snaga signala u tački B, to na izlazu ASK sistema u tački G, snaga signala iznosi:

$$P_S = H_L^2 P_T$$

Sada je minimalna vjerovatnoća greške data izrazom:

$$\begin{aligned} P_{e\min} &= \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P_S}{2S_N \frac{1}{T}}} = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P_S}{2S_N B_T}} = \\ &= \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P_S}{N_0 B_T}} \end{aligned}$$

U ovom izrazu je $N_0=2S_N$ spektralna gustina snage šuma definisana samo za pozitivne učestanosti, dok je $B_T=1/T$ brzina signaliziranja.

Kada se navedeni izraz koristi za izračunavanje minimalne vjerovatnoće greške u sistemima prenosa sa ASK, onda je naročito podesno da se, umjesto snage signala P_S i spektralne gustine šuma S_N na izlazu iz ASK sistema u tački G na slici, uvede snaga signala P_S' i spektralna gustina S_N' . Naime, te veličine na ulazu VF prijemnika predstavljaju podatke koji su obično poznati.

Učinimo to za slučaj prenosa **ASK-1BO** signala.

Kada se digitalni signal prenosi ASK signalom sa jednim bočnim opsegom, onda i filter $H_R'(j\omega)$ i filter »F« sa slike propuštaju samo komponente iz tog jednogbočnog opsega. U ovom slučaju opseg učestanosti sa ulaza demodulatora samo se translira i na njegovom izlazu taj opseg je širok isto onoliko koliko i na ulazu. Ono što se dešava sa komponentama signala, to se dešava i sa komponentama šuma. Prema tome, odnos signal/šum na ulazu ostaje isti koliki i na izlazu, pa važi da je:

$$\frac{P_S}{S_N} = \frac{P_S'}{S_N'} = \frac{P_{S(1BO)'}}{S_N'} = \frac{P_T}{S_N}$$

Ovo znači da će u uslovima optimalnog prenosa, minimalna vjerovatnoća greške u sistemu u kome se prenosi signal tipa ASK-1BO biti identična onoj u sistemu prenosa u osnovnom opsegu, pod uslovom da je u oba sistema odnos P_T/S_N isti.

Ako za snagu signala P_S' uvedemo oznaku $P_S' = P_{S'(1BO)}$, izraz za minimalnu vjerovatnoću greške u sistemu sa prenosom signala tipa ASK-1BO iznosi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P_{S'(1BO)}}{2S'_N B_T}}$$

Slično se može izvesti izraz za minimalnu vjerovatnoću greške pri prenosu **ASK-2BO**.

Da bi izrazili odnos P_S/S_N kao funkciju odgovarajućih veličina na ulazu VF prijemnika, postupićemo na sledeći način:

Ako P_S' predstavlja srednju snagu signala ASK-2BO, onda je u svakom od njegova dva bočna opsega snaga jednaka $P_S'/2$. U sistemu ASK sa dva bočna opsega, nakon koherentne demodulacije, iz svakog bočnog opsega sa ulaza na izlazu iz demodulatora postoji po jedna komponenta iste učestanosti i iste faze. Te dvije komponente sabiraju se po fazi, dakle, po naponu, pa je zato snaga demodulisanog signala 4 puta veća od snage u jednom bočnom opsegu.

Što se tiče šuma, njegove komponente iz dva bočna opsega sa ulaza daju na izlazu demodulatora po dvije komponente istih učestanosti, ali slučajnih faza. Zato se one sabiraju po snazi, tj. snaga šuma na izlazu demodulatora je 2 puta veća od snage šuma u jednom bočnom opsegu. Ako je spektralna gustina snage šuma u tom bočnom opsegu S_N' , onda je spektralna gustina snage šuma na izlazu iz demodulatora 2 puta veća. Prema tome, biće:

$$\frac{P_S}{S_N} = \frac{4 \frac{1}{2} P_S'}{2S'_N} = \frac{P_S'}{S'_N} = \frac{P_{S'(2BO)}}{S'_N}$$

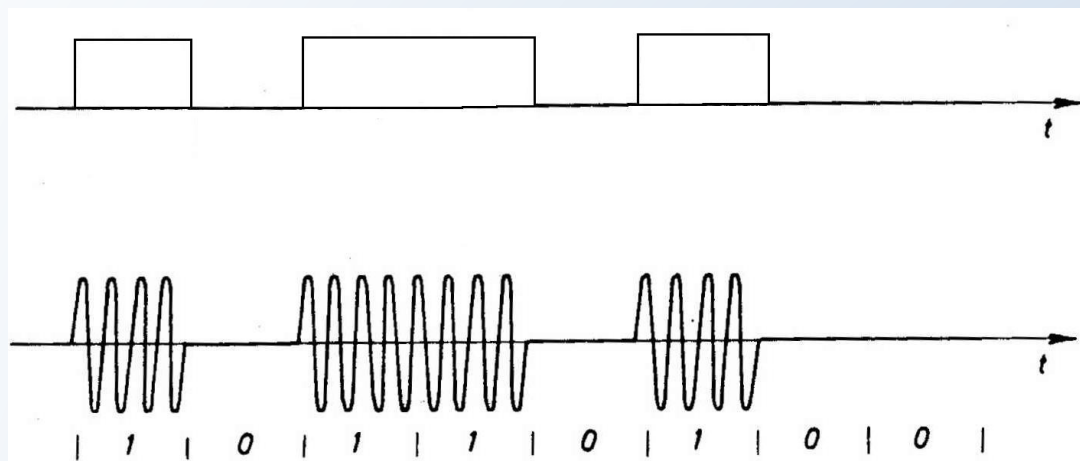
Sada izraz za minimalnu vjerovatnoću greške u sistemu u kome se prenos obavlja tipom signala ASK-2BO iznosi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3}{M^2-1} \frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T}}$$

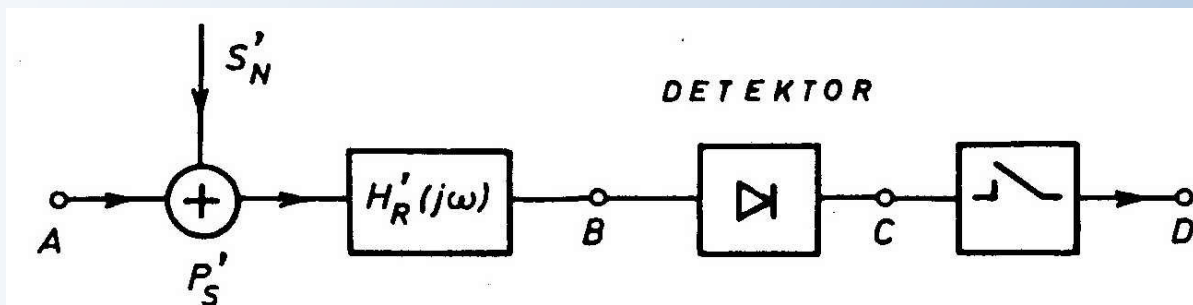
Upoređujući sistem ASK-1BO i sistem ASK-2BO, vidi se da bi oni za jednake snage signala na VF ulazu u prijemnik i za jednaku spektralnu gustinu snage šuma, imali i jednake vjerovatnoće greške. Samo, sistem AM-1BO zahtjeva propusni opseg 2 puta manji od sistema u kome se prenosi signal tipa ASK-2BO.

PRENOS DIGITALNIH SIGNALA U SISTEMIMA SA ASK I DETEKCIJOM ANVELOPE (NEKOHERENTNA DEMODULACIJA)

U prenosu digitalnih signala u sistemima sa ASK i detekcijom anvelope treba pomenuti slučaj u kome se prenose **unipolarni** binarni signali. Oblik odgovarajućeg ASK signala prikazan je na slici. Zbog svog oblika ovakav signal se često naziva signalom »sve ili ništa«.



Sam oblik ovog ASK signala ukazuje na to da se signal koji predstavlja poruku iz njega na prijemu može otkriti detektorom anvelope. Blok šema takvog prijemnika prikazana je na slici.



S obzirom na to da detektovani signal ima oblik anvelope ulaznog AM signala, vjerovatnoća greške u ovakvom sistemu biće minimalna kada funkcija prenosa filtra $H_R'(j\omega)$ bude takva da njemu ekvivalentni filter propusnik niskih učestanosti ima funkciju prenosa podešenu detektovanom signalu, tj. anvelopi ulaznog signala. Ako je ta funkcija prenosa ekvivalentnog filtra $H_e(j\omega)$, onda funkcija prenosa treba da bude:

$$H_R'(j\omega) = \frac{1}{2} H_e[j(\omega - \omega_0)] + \frac{1}{2} H_e[j(\omega + \omega_0)]$$

Određivanje izraza za vjerovatnoću greške je dosta složeno i moraju se vršiti određene aproksimacije. U slučaju da je na ulazu u sistem odnos signal/šum velik, vjerovatnoća greške može približno da se izračuna prema izrazu:

$$P_e \cong \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2} A'_N} \quad A'_N = \frac{P'_S T}{2 S'_N} = \frac{P'_S}{N'_0 B_T}$$

P'_S predstavlja srednju snagu »sve ili ništa« signala. Ako U_0 predstavlja amplitudu sinusoidalnog nosioca u intervalu u kome se šalje znak, onda je snaga P'_S pri jednakim vjerovatnoćama slanja binarnih cifara 0 i 1, na jediničnoj otpornosti jednaka:

$$P'_S = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{2}$$

Da bi se ocijenio kvalitet prenosa signala u sistemu sa ASK i detekcijom anvelope, interesantno je da se on uporedi sa sistemom u kom se prenos obavlja signalom tipa ASK-2BO i koherentnom demodulacijom.

U sistemu prenosa polarnog binarnog signala postupkom ASK-2BO i koherentnom demodulacijom važi da je minimalna vjerovatnoća greške:

$$P_{e(ASK-2BO)} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T}}$$

Poređenje može da se vrši uz uslov da je odnos srednje snage signala i šuma na ulazu u prijemnik u oba sistema isti, tj. važi:

$$\frac{P'_S}{2S'_N B_T} = \frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T} = A'_N$$

Konačno, u slučaju koherentne demodulacije se dobija:

$$P_{e\min} = P_{e(ASK-2BO)} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{A'_N}$$

Koristeći aproksimaciju:

$$\operatorname{erfc}x \cong \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi x}}, \quad x \gg 1$$

Uz uslov da je $A'_N \gg 1$ izraz za vjerovatnoću greške postaje:

$$P_{e(AM-2BO)} \cong \frac{1}{2} \frac{e^{-A'_N}}{\sqrt{\pi} \sqrt{A'_N}}, \quad A'_N \gg 1$$

Odnosno, za sistem sa nekoherentnom demodulacijom važi:

$$P_{e(DA)} \cong \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}A'_N} \Rightarrow P_{e(DA)} \cong \sqrt{\pi A'_N} e^{\frac{1}{2}A'_N} P_{e(ASK-2BO)}$$

Jasno je da se bolje performanse ostvaruju u sistemima sa koherentnom demodulacijom. To je i razlog što sistemi sa detektorom anvelope dosta, iako dosta jednostavni, nisu našli značajniju primjenu.

KVADRATURNNA AMPLITUDSKA MODULACIJA (QAM)

Spada u grupu višenivooskih postupaka modulacije gdje se odgovarajućom obradom povećava broj mogućih vrijednosti značajnih stanja, čime se povećava brzina prenosa signala, a smanjuje opseg učestanosti koji signal zauzima.

Ako je osnovni signal koji nosi poruku binarni, nakon postupka QAM se dobija digitalni signal sa 4 moguće vrijednosti; 16 QAM signal ima 16 mogućih stanja; 32 QAM, ...

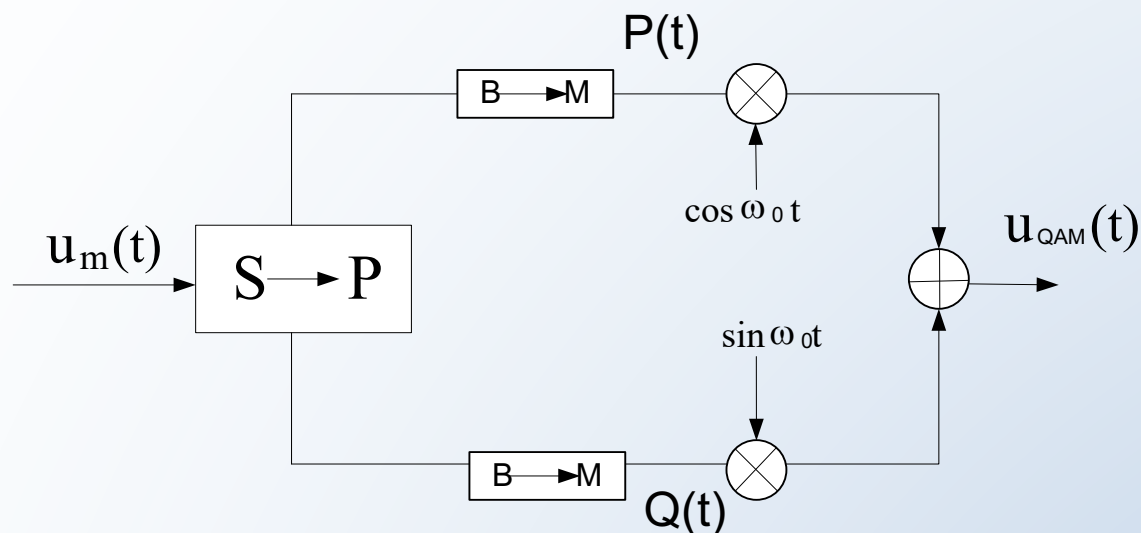
- Postupak dobijanja QAM

QAM signal se dobija sabiranjem dva ASK signala čiji se nosioci nalaze u kadraturi.

$$u_{QAM}(t) = P(t)\cos \omega_0 t + Q(t)\sin \omega_0 t$$

P(t) i Q(t) su dva statistički različita i nezavisna signala.

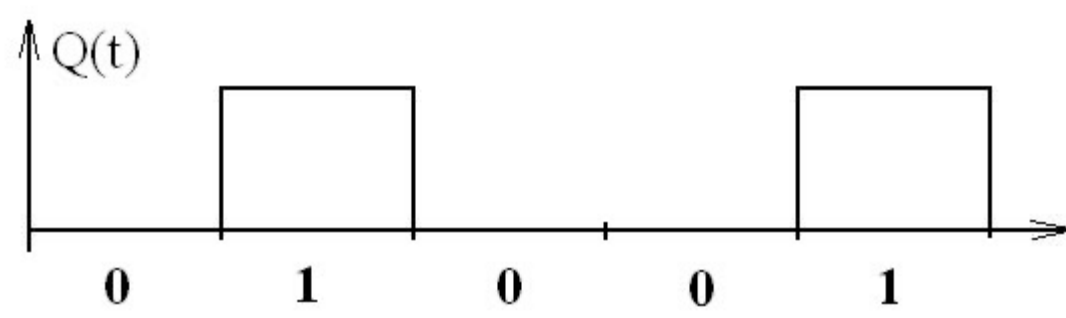
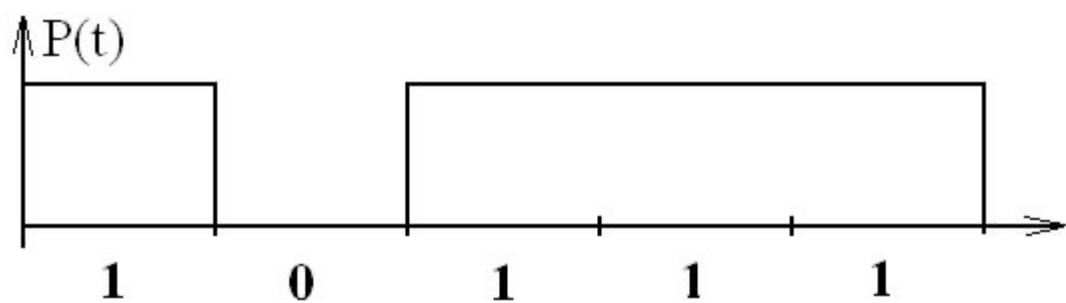
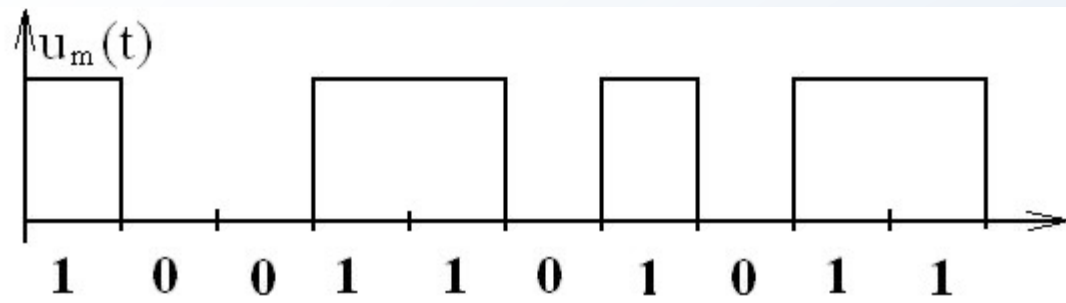
Principijelna šema za dobijanje QAM signala je data na slici:



Sklop S → P je konvertor serije u paralelu i ima 2 izlazna stanja.

Princip funkcionisanja ovog sklopa je sledeći:

- Trajanje svakog neparnog simbola iz poruke se produžava dva puta i usmjerava u gornju granu (dobija se signal $P(t)$)
- Trajanje svakog parnog simbola iz poruke se produžava dva puta i usmjerava u donju granu (dobija se signal $Q(t)$)

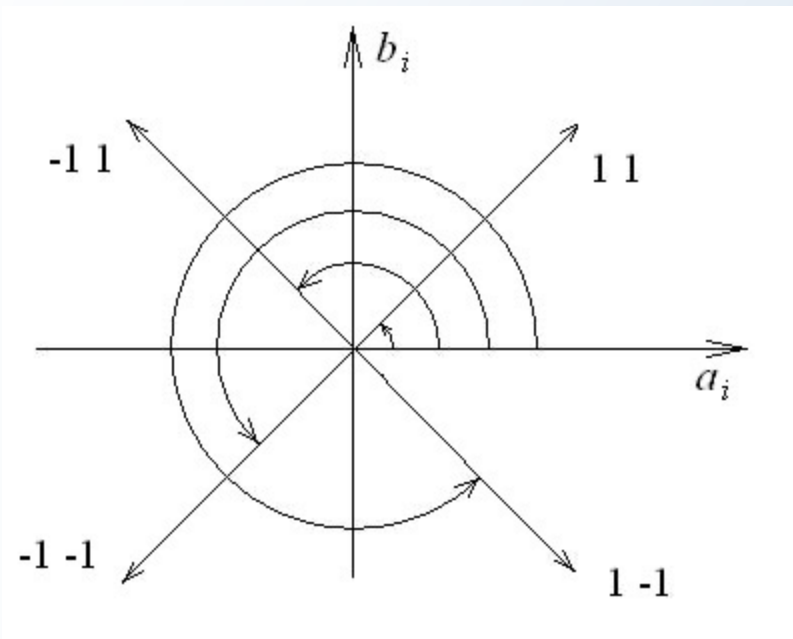


$$u_{\text{QAM}}(t) = V_i \cos(\omega_0 t + Q_i)$$

Neka su $P(t)$ i $Q(t)$ povorke polarnih binarnih signala, postoje 4 moguće kombinacije vrijednosti značajnih parametara a_i i b_i :

a_i	b_i
1	1
1	-1
-1	1
-1	-1

Kod višenivooskih postupaka modulacija uobičajeno je vektorsko predstavljanje signala:



Intenziteti vektora su isti i iznose:

$$V_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} = U_0 \sqrt{2}$$

a faze vektora su:

$$\theta_i = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$

Odgovarajući demodulator QAM signala je dat na slici. Sklop označen sa $P \rightarrow S$ je komplementaran sklopu $S \rightarrow P$.

